

Introducción al Álgebra Control 1

Penta Problema 1

i) $[(p \leftrightarrow q) \wedge \overline{r \Rightarrow s} \wedge t] \Rightarrow [\bar{s} \wedge (q \Rightarrow s)]$ es falsa, entonces

$$(1) [(p \leftrightarrow q) \wedge \overline{r \Rightarrow s} \wedge t] \Leftrightarrow V \quad \wedge (2) [\bar{s} \wedge (q \Rightarrow s)] \Leftrightarrow F$$

De (1) se concluye que t es $V \Rightarrow t$ es F .

$$\overline{r \Rightarrow s} \Leftrightarrow V \Rightarrow (r \Rightarrow s) \Leftrightarrow F \text{ de donde } r \text{ es } V \text{ y } s \text{ es } F$$

y $p \leftrightarrow q$ es V de donde p y q tienen valores de verdad iguales.

(2.0)

En (2), como \bar{s} es V , necesariamente $(q \Rightarrow s) \Leftrightarrow F$ de donde q es V y se confirma s es F . Sigue que p es V

(1.0) Entonces p es V , q es V , r es V , s es F y t es F

ii) Para probar que $(\forall x)(\exists y)(p(x) \Rightarrow p(y))$ es verdadero

(1.0)

hasta tomar $y = x$ en lo cual $(\forall x)(\exists x)(p(x) \Rightarrow p(x)) \Leftrightarrow V$

Para probar que $(\exists y)(\forall x)(p(x) \Rightarrow p(y))$ consideramos como primer caso y tal que $p(y)$ sea V y así $p(x) \Rightarrow V$

(1.0)

es Verdadero.

Por el contrario si $(\exists y) \overline{p(y)}$ entonces $(\forall y) \overline{p(y)}$ y $(\forall x) \overline{p(x)}$

(1.0)

y en tal caso $(F \Rightarrow F) \Leftrightarrow V$.

Punto Problema 2

i) Sea $A \subseteq U, A \neq \emptyset$. Se define $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{P}(U)$ por

$$X \in \mathcal{F}_A \Leftrightarrow X \subseteq U \wedge X \cap A \neq \emptyset$$

Demostren que

$$1.- U \in \mathcal{F}_A \wedge A \in \mathcal{F}_A.$$

En efecto $U \subseteq U \wedge U \cap A = A \neq \emptyset \Rightarrow U \in \mathcal{F}_A$

$$A \subseteq U \wedge A \cap A = A \neq \emptyset \Rightarrow A \in \mathcal{F}_A$$

(0.5) →

$$2.- \text{Si } B, C \in \mathcal{P}(U) \wedge B \in \mathcal{F}_A \Rightarrow (B \cup C) \in \mathcal{F}_A$$

En efecto $B, C \in \mathcal{P}(U) \Rightarrow (B \cup C) \subseteq U \wedge B \in \mathcal{F}_A$

entonces $(B \cup C) \subseteq U \wedge B \cap A \neq \emptyset \Rightarrow (B \cup C) \subseteq U \wedge (B \cup C) \cap A =$

$$= \underbrace{(B \cap A) \cup (C \cap A)}_{\neq \emptyset} \neq \emptyset. \text{ Entonces } (B \cup C) \in \mathcal{F}_A$$

(1.5) →

$$3.- (\mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}) \subseteq \mathcal{F}_A$$

En efecto, sea $X \in (\mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}) \Rightarrow X \subseteq A \wedge X \neq \emptyset$

$$\Rightarrow X \subseteq A \subseteq U \wedge X \cap A = X \neq \emptyset \Rightarrow X \in \mathcal{F}_A.$$

(1.0) →

Significa que $(\mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}) \subseteq \mathcal{F}_A$.

$$\textcircled{2} \text{ ii) } (A \cap B) \cup \underbrace{(A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)}_{\text{distribut.}} = (A \cap B) \cup \underbrace{A^c \cap (B \cup B^c)}_{U} =$$

(1.0) →

$$= \underbrace{(A^c \cup A)}_U \cap (A^c \cup B) = A^c \cup B$$